

## Logarithms: Expand, Condense, Properties, Equations

**Expand each logarithm.**

1)  $\ln(x^6 y^3)$

2)  $\log_8(x \cdot y \cdot z^3)$

3)  $\log_9\left(\frac{3^3}{7}\right)^4$

4)  $\log_7\left(\frac{x^3}{y}\right)^3$

5)  $\log_8(a^6 b^5)$

6)  $\log_4(6^3 \cdot 11^3)$

7)  $\log_3\left(\frac{u^3}{v}\right)^2$

8)  $\ln\sqrt[3]{u \cdot v \cdot w}$

9)  $\log_6(3 \cdot 2 \cdot 5^6)$

10)  $\log_4(2 \cdot 11 \cdot 7^4)$

11)  $\log_6(c^5 \sqrt[3]{a})$

12)  $\ln\left(\frac{5^2}{2}\right)^5$

13)  $\log_5\left(\frac{x^3}{y}\right)^6$

14)  $\log_4(7^3 \sqrt[3]{2})$

15)  $\log_2(u \cdot v \cdot w^2)$

16)  $\log_9(12^3 \cdot 7)^6$

17)  $\log_9(c^5 \sqrt[3]{a})$

18)  $\log_7 (x^5 \cdot y)^4$

19)  $\log_7 (z^2 \sqrt{x})$

20)  $\log_8 (u \cdot v \cdot w^5)$

**Condense each expression to a single logarithm.**

21)  $2 \log_6 u - 8 \log_6 v$

22)  $8 \log_5 a + 2 \log_5 b$

23)  $8 \log_3 12 + 2 \log_3 5$

24)  $3 \log_4 u - 18 \log_4 v$

25)  $2 \log_5 z + \frac{\log_5 x}{2}$

26)  $6 \log_2 u - 24 \log_2 v$

27)  $6 \log 8 - 30 \log 11$

28)  $4 \log_9 11 - 4 \log_9 7$

29)  $3 \log x - 5 \log y$

30)  $6 \log_6 10 - 24 \log_6 3$

31)  $\ln z + \frac{\ln x}{3} + \frac{\ln y}{3}$

32)  $3 \log_4 x + 9 \log_4 y$

33)  $5 \log_4 a - 6 \log_4 b$

34)  $\log_9 z + \frac{\log_9 x}{2} + \frac{\log_9 y}{2}$

35)  $4 \log_2 11 - 6 \log_2 6$

36)  $\log_7 z + \frac{\log_7 x}{3} + \frac{\log_7 y}{3}$

37)  $2\log_2 x + 10\log_2 y$

38)  $\log_5 w + \frac{\log_5 u}{3} + \frac{\log_5 v}{3}$

39)  $\log_3 7 + \frac{\log_3 10}{3} + \frac{\log_3 11}{3}$

40)  $\frac{\log_9 u}{2} + \frac{\log_9 v}{2} + \frac{\log_9 w}{2}$

**Rewrite each equation in exponential form.**

41)  $\log_{17} 289 = 2$

42)  $\log_9 81 = 2$

43)  $\log_{14} 196 = 2$

44)  $\log_6 1 = 0$

45)  $\log 100 = 2$

46)  $\log_{32} \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}$

47)  $\log_6 \frac{1}{36} = -2$

48)  $\log_{18} 324 = 2$

49)  $\log_{27} \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

50)  $\log_2 16 = 4$

51)  $\log_{64} 16 = \frac{2}{3}$

52)  $\log_7 49 = 2$

53)  $\log_{18} \frac{1}{324} = -2$

54)  $\log_{81} \frac{1}{3} = -\frac{1}{4}$

55)  $\log_7 343 = 3$

56)  $\log_{225} 15 = \frac{1}{2}$

57)  $\log_{11} 121 = 2$

58)  $\log_{14} 1 = 0$

59)  $\log_3 27 = 3$

60)  $\log_{324} 18 = \frac{1}{2}$

**Rewrite each equation in logarithmic form.**

61)  $11^0 = 1$

62)  $7^{-2} = \frac{1}{49}$

63)  $15^2 = 225$

64)  $121^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{11}$

65)  $3^4 = 81$

66)  $7^2 = 49$

67)  $4^3 = 64$

68)  $361^{\frac{1}{2}} = 19$

69)  $7^3 = 343$

70)  $11^{-2} = \frac{1}{121}$

71)  $3^3 = 27$

72)  $4^{-2} = \frac{1}{16}$

73)  $64^{\frac{1}{2}} = 8$

74)  $11^2 = 121$

75)  $16^2 = 256$

76)  $8^2 = 64$

77)  $19^2 = 361$

78)  $225^{\frac{1}{2}} = 15$

79)  $12^{-2} = \frac{1}{144}$

80)  $144^{\frac{1}{2}} = 12$

**Solve each equation.**

81)  $\log_5 26 = \log_5 p$

82)  $\log_{20} (8 - 2x) = \log_{20} (-3x + 10)$

83)  $\log_3 (-4x + 7) = \log_3 2x$

84)  $\log_4 (x + 6) = \log_4 (3x - 6)$

85)  $\log_4 (-4x + 2) = \log_4 (-5x - 4)$

86)  $\log_9 3m = \log_9 (2m + 3)$

87)  $\log_{19}(-4n - 2) = \log_{19}(3n + 5)$

88)  $\log_{20}(-4n - 5) = \log_{20}(-3n + 10)$

89)  $\log(-3b + 9) = \log(-4b - 10)$

90)  $\log_6(-5r - 2) = \log_6(r - 4)$

91)  $\log_8(4v - 4) = \log_8(3v - 10)$

92)  $\ln(-2k - 2) = \ln(-3k - 9)$

93)  $\log_2(-4x - 4) = \log_2(x + 6)$

94)  $\log_6 3 = \log_6(4p + 3)$

95)  $\log_4(-2x - 4) = \log_4(3x + 9)$

96)  $\ln(-x + 5) = \ln(7 - 2x)$

97)  $\log_{13}(-5n + 10) = \log_{13}(10 - n)$

98)  $\log_{12}(10 - 2a) = \log_{12}(2a - 6)$

99)  $\ln(3n + 9) = \ln(-5n + 1)$

100)  $\log_9(-k + 5) = \log_9(5k - 1)$

101)  $\log(5m + 1) = \log(m^2 - 49)$

102)  $\log_8(r^2 + 2r) = \log_8(2 + 3r)$

103)  $\log_{17}(-11x - 2) = \log_{17}(x^2 + 26)$

104)  $\log_{11}(3b + 2) = \log_{11}(b^2 - 8)$

105)  $\log_9(v^2 - 87) = \log_9(-v + 3)$

106)  $\ln(3n^2 - 5n) = \ln(14 + 2n^2)$

107)  $\log_{15}(-9n - 1) = \log_{15}(n^2 + 17)$

108)  $\log_{13}(9a + 2) = \log_{13}(a^2 + 16)$

109)  $\log_{19}(-12x - 2) = \log_{19}(x^2 + 18)$

110)  $\log(k^2 + 77) = \log(-18k - 3)$

111)  $\log_{18}(-9x + 2) = \log_{18}(x^2 + 16)$

112)  $\log_{17}(-16x + 3) = \log_{17}(x^2 + 63)$

113)  $\ln(p^2 - 7) = \ln(4p - 2)$

114)  $\log_{11} -8k = \log_{11}(20 - k^2)$

115)  $\log_{14}(-24 + 2n^2) = \log_{14}(3n^2 + 11n)$

116)  $\log_{18}(11x + 3) = \log_{18}(x^2 + 27)$

117)  $\log_6(-m^2 + 5m) = \log_6(24 - 2m^2)$

118)  $\log(n^2 + 3) = \log(5n - 1)$

119)  $\log_3(-20 + 2r^2) = \log_3(3r^2 + 9r)$

120)  $\log_{19}(60 - 2x) = \log_{19}(x^2 - 6x)$

$$121) -9\log_{11} 2v = -18$$

$$122) -5 + \log_7 -x = -3$$

$$123) -9\log_3 (b + 2) = 18$$

$$124) -1 + \log_6 (n + 3) = 0$$

$$125) 8\log_2 (a - 1) = 8$$

$$126) -5\log_5 (x + 3) = -10$$

$$127) \log_6 -3p - 8 = -6$$

$$128) \log (k - 3) - 7 = -9$$

$$129) \log_{11} -5n - 4 = -1$$

$$130) 4\log_4 (x - 4) = -4$$

$$131) \log_8 -6m + 9 = 10$$

$$132) -8\log_2 -8x = -16$$

$$133) -9\log_6 (r - 7) = 18$$

$$134) 5\log_6 (b - 9) = 20$$

$$135) -8 + \log -8n = -8$$

$$136) \log_{11} 10x + 9 = 7$$

$$137) -4\log_4 (v - 10) = 0$$

$$138) 5 + \log_2 7k = 9$$

$$139) -7\log_6 (a + 8) = 7$$

$$140) 9\log_8 (n - 9) = -9$$

$$141) -2\log_7 (5x - 10) - 1 = -1$$

$$142) 2 + 7\log_{11} (3m - 8) = 16$$

$$143) 3\log_4 (4n - 5) + 4 = 7$$

$$144) 4\log_9 (3p + 9) + 8 = 24$$

$$145) 1 - 6\log (6x - 7) = 13$$

$$146) 5 + 8\log_6 (2x - 7) = -11$$

$$147) 2\log_7 (7r + 9) + 7 = 15$$

$$148) -8\log_2 (3n - 1) - 10 = -10$$

$$149) 8 - 4\log_{11} (5m - 2) = 16$$

$$150) -10 + 5\log_4 (-2x + 10) = 10$$

$$151) 10\log_{12} (7 - 3n) - 4 = -14$$

$$152) -6 - 7\log_9 (-4b - 9) = -6$$

$$153) 2\log_2 (5 - 6x) - 3 = 5$$

$$154) -3\log_6 (8 - 5v) - 1 = -7$$

155)  $2 - 2\log_{11} (10 - 6x) = 6$

156)  $3\log_7 (7a - 2) + 8 = 11$

157)  $6 + 7\log_4 (-8k + 4) = 13$

158)  $5\log (3p - 9) - 9 = 6$

159)  $-7 + 3\log_6 (9n - 8) = -1$

160)  $-5\log_9 (-10x + 6) + 9 = -11$

**Solve each equation. Round your answers to the nearest ten-thousandth.**

161)  $\log x - \log 6 = \log 20$

162)  $\log 6 + \log x = \log 53$

163)  $\log 9 + \log x = 2$

164)  $\log x - \log 8 = 1$

165)  $\log x - \log 9 = \log 11$

166)  $\log x - \log 6 = 1$

167)  $\log x + \log 4 = \log 38$

168)  $\log x - \log 4 = 1$

169)  $\log x + \log 2 = 1$

170)  $\log 2 + \log x = \log 38$

171)  $\log x - \log 9 = \log 9$

172)  $\log x - \log 2 = 2$

173)  $\log 8 + \log x = 1$

174)  $\log 5 + \log x = 2$

175)  $\log 3 + \log x = \log 64$

176)  $\log 6 + \log x = \log 7$

177)  $\log x + \log 8 = 2$

178)  $\log x - \log 2 = \log 4$

179)  $\log 8 + \log x = 3$

180)  $\log x - \log 4 = \log 3$

## Answers to Logarithms: Expand, Condense, Properties, Equations

- 1)  $6 \ln x + 3 \ln y$       2)  $\log_8 x + \log_8 y + 3 \log_8 z$       3)  $12 \log_9 3 - 4 \log_9 7$   
 4)  $9 \log_7 x - 3 \log_7 y$       5)  $6 \log_8 a + 5 \log_8 b$       6)  $3 \log_4 6 + 3 \log_4 11$       7)  $6 \log_3 u - 2 \log_3 v$   
 8)  $\frac{\ln u}{3} + \frac{\ln v}{3} + \frac{\ln w}{3}$       9)  $\log_6 3 + \log_6 2 + 6 \log_6 5$       10)  $\log_4 2 + \log_4 11 + 4 \log_4 7$   
 11)  $5 \log_6 c + \frac{\log_6 a}{3}$       12)  $10 \ln 5 - 5 \ln 2$       13)  $18 \log_5 x - 6 \log_5 y$       14)  $3 \log_4 7 + \frac{\log_4 2}{3}$   
 15)  $\log_2 u + \log_2 v + 2 \log_2 w$       16)  $18 \log_9 12 + 6 \log_9 7$       17)  $5 \log_9 c + \frac{\log_9 a}{3}$   
 18)  $20 \log_7 x + 4 \log_7 y$       19)  $2 \log_7 z + \frac{\log_7 x}{2}$       20)  $\log_8 u + \log_8 v + 5 \log_8 w$   
 21)  $\log_6 \frac{u^2}{v^8}$       22)  $\log_5 (b^2 a^8)$       23)  $\log_3 (5^2 \cdot 12^8)$       24)  $\log_4 \frac{u^3}{v^{18}}$   
 25)  $\log_5 (z^2 \sqrt{x})$       26)  $\log_2 \frac{u^6}{v^{24}}$       27)  $\log \frac{8^6}{11^{30}}$       28)  $\log_9 \frac{11^4}{7^4}$   
 29)  $\log \frac{x^3}{y^5}$       30)  $\log_6 \frac{10^6}{3^{24}}$       31)  $\ln (z^3 \sqrt{yx})$       32)  $\log_4 (y^9 x^3)$   
 33)  $\log_4 \frac{a^5}{b^6}$       34)  $\log_9 (z \sqrt{yx})$       35)  $\log_2 \frac{11^4}{6^6}$       36)  $\log_7 (z^3 \sqrt{yx})$   
 37)  $\log_2 (y^{10} x^2)$       38)  $\log_5 (w^3 \sqrt{vu})$       39)  $\log_3 (7^3 \sqrt{110})$       40)  $\log_9 \sqrt{wvu}$   
 41)  $17^2 = 289$       42)  $9^2 = 81$       43)  $14^2 = 196$       44)  $6^0 = 1$   
 45)  $10^2 = 100$       46)  $32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$       47)  $6^{-2} = \frac{1}{36}$       48)  $18^2 = 324$   
 49)  $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$       50)  $2^4 = 16$       51)  $64^{\frac{2}{3}} = 16$       52)  $7^2 = 49$   
 53)  $18^{-2} = \frac{1}{324}$       54)  $81^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$       55)  $7^3 = 343$       56)  $225^{\frac{1}{2}} = 15$   
 57)  $11^2 = 121$       58)  $14^0 = 1$       59)  $3^3 = 27$       60)  $324^{\frac{1}{2}} = 18$   
 61)  $\log_{11} 1 = 0$       62)  $\log_7 \frac{1}{49} = -2$       63)  $\log_{15} 225 = 2$       64)  $\log_{121} \frac{1}{11} = -\frac{1}{2}$   
 65)  $\log_3 81 = 4$       66)  $\log_7 49 = 2$       67)  $\log_4 64 = 3$       68)  $\log_{361} 19 = \frac{1}{2}$   
 69)  $\log_7 343 = 3$       70)  $\log_{11} \frac{1}{121} = -2$       71)  $\log_3 27 = 3$       72)  $\log_4 \frac{1}{16} = -2$   
 73)  $\log_{64} 8 = \frac{1}{2}$       74)  $\log_{11} 121 = 2$       75)  $\log_{16} 256 = 2$       76)  $\log_8 64 = 2$   
 77)  $\log_{19} 361 = 2$       78)  $\log_{225} 15 = \frac{1}{2}$       79)  $\log_{12} \frac{1}{144} = -2$       80)  $\log_{144} 12 = \frac{1}{2}$   
 81)  $\{26\}$       82)  $\{2\}$       83)  $\left\{\frac{7}{6}\right\}$       84)  $\{6\}$



- 85)  $\{-6\}$   
89)  $\{-19\}$   
93)  $\{-2\}$   
97)  $\{0\}$   
101)  $\{10\}$   
105)  $\{-10\}$   
109)  $\{-10, -2\}$   
113)  $\{5\}$   
117)  $\{3\}$   
121)  $\left\{\frac{121}{2}\right\}$   
125)  $\{3\}$   
129)  $\left\{-\frac{1331}{5}\right\}$   
133)  $\left\{\frac{253}{36}\right\}$   
137)  $\{11\}$   
141)  $\left\{\frac{11}{5}\right\}$   
145)  $\left\{\frac{701}{600}\right\}$   
149)  $\left\{\frac{243}{605}\right\}$   
153)  $\left\{-\frac{11}{6}\right\}$   
157)  $\{0\}$   
161)  $\{120\}$   
165)  $\{99\}$   
169)  $\{5\}$   
173)  $\{1.25\}$   
177)  $\{12.5\}$
- 86)  $\{3\}$   
90) No solution.  
94)  $\{0\}$   
98)  $\{4\}$   
102)  $\{2\}$   
106)  $\{7, -2\}$   
110)  $\{-8, -10\}$   
114)  $\{-2\}$   
118)  $\{4, 1\}$   
122)  $\{-49\}$   
126)  $\{22\}$   
130)  $\left\{\frac{17}{4}\right\}$   
134)  $\{1305\}$   
138)  $\left\{\frac{16}{7}\right\}$   
142)  $\{43\}$   
146)  $\left\{\frac{253}{72}\right\}$   
150)  $\{-123\}$   
154)  $\left\{-\frac{28}{5}\right\}$   
158)  $\left\{\frac{1009}{3}\right\}$   
162)  $\{8.8333\}$   
166)  $\{60\}$   
170)  $\{19\}$   
174)  $\{20\}$   
178)  $\{8\}$
- 87)  $\{-1\}$   
91) No solution.  
95)  $\left\{-\frac{13}{5}\right\}$   
99)  $\{-1\}$   
103)  $\{-4, -7\}$   
107)  $\{-3, -6\}$   
111)  $\{-2, -7\}$   
115)  $\{-8\}$   
119)  $\{-4, -5\}$   
123)  $\left\{-\frac{17}{9}\right\}$   
127)  $\{-12\}$   
131)  $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$   
135)  $\left\{-\frac{1}{8}\right\}$   
139)  $\left\{-\frac{47}{6}\right\}$   
143)  $\left\{\frac{9}{4}\right\}$   
147)  $\left\{\frac{2392}{7}\right\}$   
151)  $\left\{\frac{83}{36}\right\}$   
155)  $\left\{\frac{403}{242}\right\}$   
159)  $\left\{\frac{44}{9}\right\}$   
163)  $\{11.1111\}$   
167)  $\{9.5\}$   
171)  $\{81\}$   
175)  $\{21.3333\}$   
179)  $\{125\}$
- 88)  $\{-15\}$   
92)  $\{-7\}$   
96)  $\{2\}$   
100)  $\{1\}$   
104)  $\{5\}$   
108)  $\{2, 7\}$   
112)  $\{-6, -10\}$   
116)  $\{8, 3\}$   
120)  $\{-6, 10\}$   
124)  $\{3\}$   
128)  $\left\{\frac{301}{100}\right\}$   
132)  $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$   
136)  $\left\{\frac{1}{1210}\right\}$   
140)  $\left\{\frac{73}{8}\right\}$   
144)  $\{2184\}$   
148)  $\left\{\frac{2}{3}\right\}$   
152)  $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$   
156)  $\left\{\frac{9}{7}\right\}$   
160)  $\left\{-\frac{1311}{2}\right\}$   
164)  $\{80\}$   
168)  $\{40\}$   
172)  $\{200\}$   
176)  $\{1.1667\}$   
180)  $\{12\}$